

2022年度 入学試験問題

数 学

(1科目 100点 45分)

2022年2月9日(水) 3時限目実施

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この注意事項は、よく読んでください。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 次のことには十分注意してください。
 - ① 解答用紙には、受験番号を記入することを忘れないこと。
 - ② 答えはすべて解答用紙に記入すること。
 - ③ 不正行為はしないこと。

解答については、間違いのないように十分注意し、記入してください。

東 奥 義 塾 高 等 学 校

1 次の(1)～(8)に答えなさい。(43点)

(1) 次のア～オを計算しなさい。

ア $7+3-(-4)$

イ $\frac{4}{5} \div \left(-\frac{6}{5}\right)$

ウ $(9x^2+6x) \div 3x$

エ $3(a+b)-(4b-2a)$

オ $2\sqrt{7} + \sqrt{20} + \sqrt{5} - \frac{7}{\sqrt{7}}$

(2) 次の大小関係にあてはまる自然数 n は何個あるか求めなさい。

$$\sqrt{11} < n < \sqrt{48}$$

(3) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x=2-y \\ 9x-5y=4 \end{cases}$$

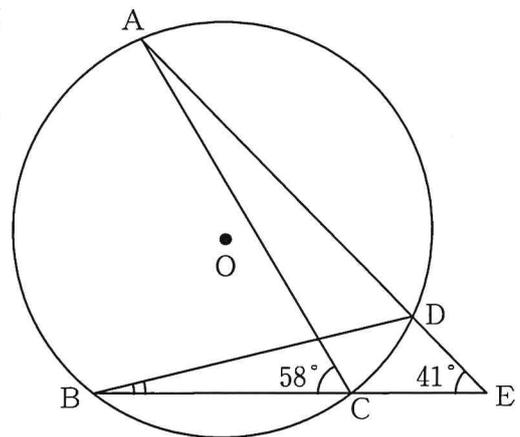
(4) 次の二次方程式を解きなさい。

$$x^2+3x-2=0$$

(5) 38 人の団体 X と 40 人の団体 Y が水族館に行く。この水族館の 1 人分の入館料は a 円で、40 人以上の団体の入館料は 15% の割引になる。このとき、団体 X と団体 Y のそれぞれの入館料の合計は、団体 Y の方が少なくなるが、団体 X と比べて何人分の入館料が少なくなったか、求めなさい。

(6) 1 から 6 までの目の数が書かれた 2 つのさいころ A, B がある。この 2 つのさいころを同時に投げるとき、出た目の数の積が 6 以下になる確率を求めなさい。ただし、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

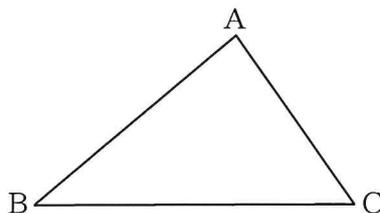
(7) 右の図で、A, B, C, D は円 O の周上の点であり、E は直線 AD と BC との交点である。 $\angle ACB = 58^\circ$ 、 $\angle DEC = 41^\circ$ のとき、 $\angle DBC$ の大きさを求めなさい。



(8) 袋の中に赤玉と白玉が合わせて 750 個入っている。この袋の中から、30 個の玉を無作為に取り出して、赤玉の数を数えると 18 個であった。取り出す前の袋の中には、およそ何個の赤玉が入っていたと推測されるか、求めなさい。

2 次の(1), (2)に答えなさい。(9点)

(1) 下の図において, $\triangle ABC$ の辺 BC 上にあつて, 2 辺 AB , AC までの距離が等しい点 D を作図によって求めなさい。ただし, 作図には定規とコンパスを用い, 作図に用いた線は消さないこと。



(2) 右の表は, A 中学校の生徒 49 人と B 中学校の生徒 100 人の通学時間を調べ, 度数分布表に整理したものである。次のア~ウに答えなさい。

通学時間 (分)	A 中学校 度数(人)	B 中学校 度数(人)
以上 未満 0 ~ 5	0	7
5 ~ 10	8	13
10 ~ 15	8	10
15 ~ 20	8	21
20 ~ 25	6	18
25 ~ 30	10	15
30 ~ 35	9	10
35 ~ 40	0	6
合計	49	100

ア A 中学校の通学時間の最頻値を求めなさい。

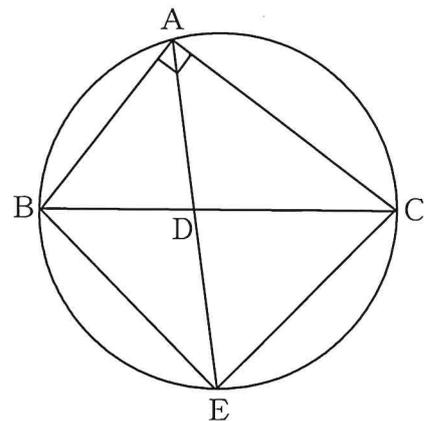
イ B 中学校の通学時間が 10 分未満の生徒の相対度数を求めなさい。

ウ 上の表について述べた文として正しいものを次の①~④の中からすべて選び, その番号を書きなさい。

- ① A 中学校と B 中学校の, 通学時間の最頻値は同じである。
- ② A 中学校と B 中学校の, 通学時間の中央値は同じ階級にある。
- ③ A 中学校より B 中学校の方が, 通学時間が 10 分未満の生徒の相対度数が大きい。
- ④ A 中学校より B 中学校の方が, 通学時間の範囲が大きい。

3 次の(1), (2)に答えなさい。(20点)

(1) 右の図のように、円周上の3点A, B, Cを頂点とする直角三角形ABCがあり、 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ である。 $\angle BAC$ の二等分線と辺BCとの交点をD, 円との交点のうち点Aと異なる点をEとする。次のア～ウに答えなさい。



ア $\triangle ABC$ と $\triangle BEC$ の面積の比を求めなさい。

イ $AD \times AE = AB \times AC$ であることを、三角形の相似を利用して示したい。 あ ~ か にあてはまる角や辺を書きなさい。

[証明]

$\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ について

直線AEは $\angle BAC$ を二等分するので、 \angle あ = \angle い ...①

\widehat{AC} に対する円周角は等しいので、 \angle う = \angle え ...②

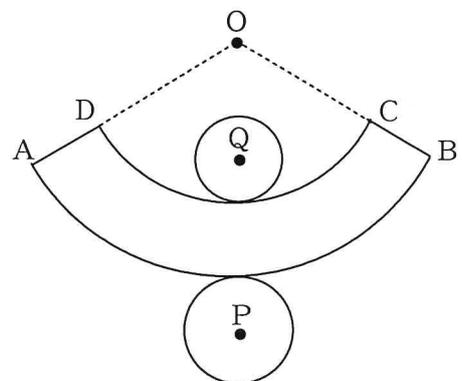
①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$

また、対応する辺の比が等しいので、 $AB : AE =$ お : か

したがって、 $AD \times AE = AB \times AC$ が成り立つ

ウ DEの長さを求めなさい。

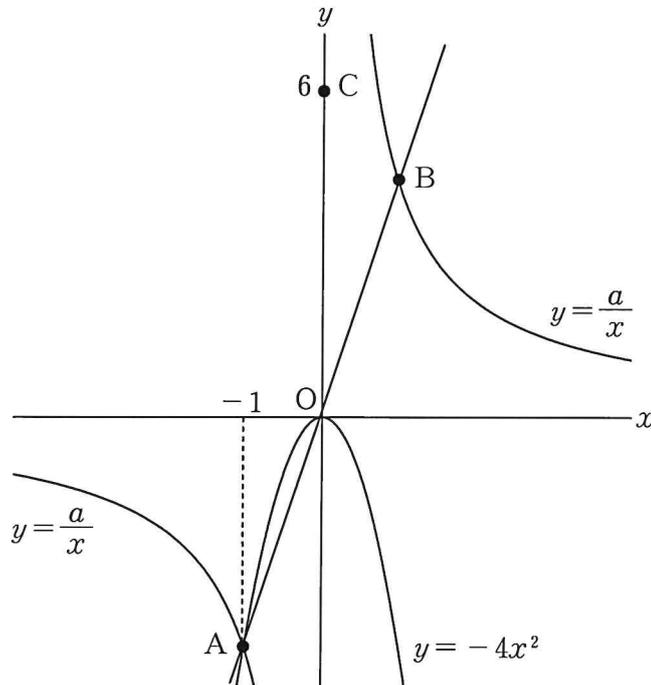
(2) 右の図は、ある立体の展開図である。 \widehat{AB} , \widehat{DC} はともに点Oを中心とする円周の一部であり、直線DA, CBは点Oを通っている。また、円P, Qはそれぞれ \widehat{AB} , \widehat{DC} に接している。 \widehat{AB} , \widehat{DC} の長さがそれぞれ $8\pi\text{cm}$, $6\pi\text{cm}$, $DA = CB = 3\text{cm}$ のとき、次のア, イに答えなさい。ただし、円周率を π とする。



ア 円Pの面積と円Qの面積の和を求めなさい。

イ 展開図を組み立ててできる立体の体積を求めなさい。

- 4 下の図のように、2つの関数 $y = -4x^2$ と $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) のグラフが、 x 座標が -1 である点 A で交わっている。直線 OA と、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフとの交点のうち、点 A と異なる点を B とする。また、点 C の座標は $(0, 6)$ であり、点 P は線分 OB 上の点である。次の (1) ~ (4) に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1cm とする。(16 点)



- (1) 点 A の y 座標を求めなさい。
- (2) 関数 $y = \frac{a}{x}$ について、 a の値を求めなさい。
- (3) 点 P が線分 OB の中点のとき、直線 CP の式を求めなさい。
- (4) $\angle BPC = 2\angle OCP$ のとき、点 P の座標を求めなさい。

5

自然数が書かれたカードが入っている箱から1枚以上のカードを選ぶ。1枚だけを選んだ場合はそのカードに書かれた自然数を、複数枚を選んだ場合はそれらのカードに書かれた自然数の合計を S とする。最初に箱の中には1と書かれたカード①が2枚だけ入っている。このとき、カードの選び方は2通りで、 S の値は次のようになる。

<例>

①を1枚選んだ場合、 $S=1$

①を2枚選んだ場合、 $S=1+1=2$

S の値として作ることのできる数字は1, 2だけであるが、自然数の書かれたカードを箱に追加すれば S の値として3以上の数字を作ることができる。そこで、カードを次の規則に従って箱に追加する。

<規則>

(a) カード2枚に同じ自然数を記入して追加する。

(b) 箱の中のカードで S の値として作ることができた数字は、追加のカードに記入してはいけない。

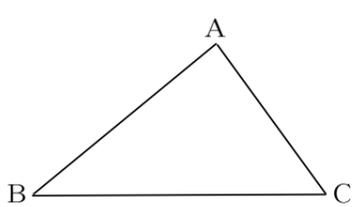
(c) S の値が1, 2, 3, …と連続して作ることができるようにする。

2はすでに S の値として作ることができたから、規則(b)より追加するカードに2は記入できない。次に追加するカードは規則(c)よりカード③が2枚である。よって、箱の中のカードは①と③がそれぞれ2枚ずつになる。次の(1)～(4)に答えなさい。(12点)

- (1) 箱の中のカードが①と③のそれぞれ2枚ずつになるとき、 S の値をすべて答えなさい。
- (2) さらにカードを追加することを続けるとき、③のカードの次に追加する2枚に記入する自然数を答えなさい。
- (3) S の値として162個の数字を新しく作ることができるとき、新たに追加するカード2枚に記入する自然数を答えなさい。
- (4) $S=2022$ となる場合は、異なる5つの自然数が書かれたカードをそれぞれ2枚ずつ選んだときである。異なる5つの自然数をすべて書きなさい。

数学解答用紙

1	(1)	ア		(3)	$x =$ _____ , $y =$ _____			
		イ			(4)	$x =$ _____		
		ウ				(5)	人分	
		エ					(6)	
		オ						(7)
	(2)		個				(8)	

2	(1)			(2)	ア	分
		イ			イ	
		ウ			ウ	

3	(1)	ア	$\triangle ABC : \triangle BEC =$ _____ :		(2)	ア	cm^2	
		イ	あ			い		イ
			う		え			
			お		か			
	ウ		cm					

4	(1)	$y =$ _____	(3)	
	(2)	$a =$ _____		(4)

5	(1)		(3)	
	(2)			(4)

受験番号

得点